



Числові функції та їх властивості

Функціональною залежністю називають таку залежність між двома змінними, за якої кожному значенню незалежної змінної з деякої множини відповідає за певним правилом єдине значення залежної змінної.

Множину всіх значень, яких набуває аргумент називають **областю визначення функції** та позначають $D(f)$ або $D(y)$.

Множину всіх значень, яких набуває залежна змінна називають **областю значень функції** та позначають $E(f)$ або $E(y)$.

Приклади розв'язування задач

Знайдіть область визначення й область значень функції:

$$y = 5 - \sqrt{x^2 - 6x + 10}.$$

Розв'язання

Почнімо з області визначення. Підкореневий вираз більший або дорівнює нулю. Отже:

$$x^2 - 6x + 10 \geq 0$$

$$D = 36 - 40 = -4 < 0$$

Оскільки дискримінант менше нуля й гілки параболи напрямлені вгору ($a > 0$), то область визначення є множиною дійсних чисел. $D(f) = R$.

Область значень. Знайдімо координати вершини параболи, $y = x^2 - 6x + 10$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y_0 = 3^2 - 6 \cdot 3 + 10 = 1$$

З цього випливає, що:

$$x^2 - 6x + 10 \geq 1$$

$$\sqrt{x^2 - 6x + 10} \geq \sqrt{1} = 1$$

$$-\sqrt{x^2 - 6x + 10} \leq -1$$

$$5 - \sqrt{x^2 - 6x + 10} \leq 4$$

Отже, область значень функції, що задано в умові є проміжок: $(-\infty; 4]$

Відповідь: $D(f) = R; E(f) = (-\infty; 4]$.



Завдання для самостійної роботи

Задача 1

Знайдіть нулі функції $y = 3x^3 - 24$.

Задача 2

Знайдіть множину значень функції $y = x^2 + 3x + 15$.