

А7_Розв'язування задач

за допомогою систем лінійних рівнянь з двома змінними (урок 1)

1132. Знайдіть два числа, півсума яких дорівнює 37,9, а піврізниця — 7,5.

Розв'язання

Нехай шукані числа — x та y .

За умовою їх півсума дорівнює 37,9, а піврізниця — 7,5.

Складемо і розв'яжемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = 37,9, \\ \frac{x-y}{2} = 7,5; \end{cases} \quad \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 2 \end{array}$$

$$+ \begin{cases} x+y=75,8, \\ x-y=15; \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{array}{r} x+x+y-y=75,8+15; \\ 2x=90,8; \quad |:2 \\ \underline{x=45,4.} \end{array}$$

Значення y знайдемо з I рівняння системи (1):

$$\begin{array}{r} x+y=75,8; \\ 45,4+y=75,8; \\ y=75,8-45,4; \\ \underline{y=30,4.} \end{array}$$

Отже, шукані числа — 45,4 і 30,4.

Відповідь: 45,4; 30,4.

1133. а) Півсума двох чисел більша від меншого з них на 5, а від піврізниці — на 1. Знайдіть ці числа.

Розв'язання

Нехай менше число x , а більше y .

За умовою їх півсума більша від меншого числа на 5, складемо рівняння:

$$\frac{x+y}{2} - x = 5 .$$

До того ж півсума чисел x та y більша від їх піврізниці на 1, тому

$$\frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{2} = 1.$$

Складемо і розв'яжемо систему рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x+y}{2} - x = 5, \\ \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{2} = 1; \end{array} \right. \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 2 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x+y-2x=10, \\ x+y-(x-y)=2; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -x+y=10, \\ x+y-x+y=2; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -x+y=10, \\ 2y=2. \end{array} \right. \quad (2)$$

Значення x знайдемо з I рівняння системи (2):

$$-x+y=10;$$

$$-x+1=10;$$

$$-x=10-1;$$

$$-x=9; \quad | \times (-1)$$

$$\underline{x=-9}.$$

З II рівняння системи (2)

отримаємо:

$$2y=2; \quad | : 2$$

$$\underline{y=1}.$$

Отже, меншим є число -9 , а більшим — 1.

Відповідь: $-9; 1$.

Задачі про покупки

Нехай C — вартість товару, a — його ціна (тобто вартість одиниці товару — 1 штуки, 1 м, 1 кг, 1 л тощо), а n — кількість товару у вибраних одиницях. Тоді

$$C = a \cdot n.$$

Отриману рівність називають **формулою вартості**. Вона означає, що вартість товару дорівнює ціні, помноженій на кількість товару.

З формули вартості за правилом знаходження невідомого множника легко виразити величини a і n :

$$a = C : n \text{ і } n = C : a,$$

тобто ціна товару дорівнює вартості, поділеній на кількість товару, а кількість товару дорівнює вартості, поділеній на ціну.

1126. Купили 9 м тканини двох сортів ціною 40 грн і 30 грн за 1 м. За всю покупку заплатили 330 грн. Скільки метрів тканини кожного сорту купили?

Розв'язання

Нехай тканини I сорту купили x м, а тканини II сорту — y м. За умовою задачі складемо табличну модель:

Тканина	Купили (у метрах)	Ціна за 1 м (у гривнях)	Заплатили (у гривнях)	
I сорту	x	40	$40x$	} 330 м
II сорту	y	30	$30y$	
Всього	9			

Складемо і розв'яжемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} x + y = 9, \\ 40x + 30y = 330; \end{cases} \quad \times(-30)$$

$$+ \begin{cases} -30x - 30y = -270, \\ 40x + 30y = 330; \end{cases}$$

$$10x = 60; \quad |: 10$$

$$\underline{x = 6.}$$

Значення y знайдемо з I рівняння вихідної системи:

$$x + y = 9;$$

$$6 + y = 9;$$

$$y = 9 - 6;$$

$$\underline{y = 3.}$$

Отже, тканини I сорту купили 6 м, а тканини II сорту — 3 м.

Відповідь: 6 м; 3 м.

1128. Швидкість моторного човна за течією — 23 км/год, а проти течії — 17 км/год. Знайдіть власну швидкість човна і швидкість течії.

Розв'язання

Нехай власна швидкість човна x км/год, а швидкість течії y км/год.

За умовою швидкість за течією 23 км/год, а проти течії 17 км/год.

Формули швидкості руху за течією і проти течії річки

Рух за течією річки

$$v_{\text{за течією}} = v_{\text{власна}} + v_{\text{течії}}, \text{ ТОМУ}$$

$$v_{\text{течії}} = v_{\text{за течією}} - v_{\text{власна}}$$

$$v_{\text{власна}} = v_{\text{за течією}} - v_{\text{течії}}$$

Рух проти течії річки

$$v_{\text{проти течії}} = v_{\text{власна}} - v_{\text{течії}}, \text{ ТОМУ}$$

$$v_{\text{течії}} = v_{\text{власна}} - v_{\text{проти течії}}$$

$$v_{\text{власна}} = v_{\text{проти течії}} + v_{\text{течії}}$$

$$v_{\text{течії}} = (v_{\text{за течією}} - v_{\text{проти течії}}) : 2$$

Спираючись на правила знаходження швидкостей за течією та проти течії, складемо систему рівнянь:

$$+ \begin{cases} x + y = 23, \\ x - y = 17; \end{cases}$$

$$2x = 40; \quad |: 2$$

$$\underline{x = 20.}$$

Значення y знайдемо з I рівняння системи:

$$x + y = 23;$$

$$20 + y = 23;$$

$$y = 23 - 20;$$

$$\underline{y = 3.}$$

Отже, власна швидкість човна — 20 км/год, а швидкість течії — 3 км/год.

Відповідь: 20 км/год; 3 км/год.